

# Графен

Материал из Википедии — свободной энциклопедии

**Графе́н** (англ. *graphene*) — слой [атомов углерода](#) толщиной в один атом, соединённых посредством [sp<sup>2</sup>](#) связей в [гексагональную](#) двумерную [кристаллическую решётку](#)<sup>[источник не указан 119 дней]</sup>. Его можно представить как одну [плоскость графита](#), отделённую от объёмного [кристалла](#). По оценкам, графен обладает большой [механической жёсткостью](#) и хорошей [теплопроводностью](#) (~1 [ТПа](#)<sup>[3]</sup> и ~5×10<sup>3</sup> [Вт·м<sup>-1</sup>·К<sup>-1</sup>](#)<sup>[4]</sup> соответственно). Высокая [подвижность](#) носителей тока при комнатной температуре делает его перспективным материалом для использования в самых различных приложениях, в частности, как будущую основу [нанoeлектроники](#)<sup>[5]</sup> и возможную замену кремния в интегральных микросхемах.

Основной из существующих в настоящее время способов получения графена<sup>[2][6]</sup> основан на механическом отщеплении или отшелушивании слоёв графита. Он позволяет получать наиболее качественные образцы с высокой [подвижностью](#) носителей. Этот метод не предполагает использования масштабного производства, поскольку это ручная процедура. Другой известный способ — метод термического разложения подложки [карбида кремния](#)<sup>[7][8]</sup> гораздо ближе к промышленному производству. Поскольку графен впервые<sup>[2]</sup> был получен только в [2004 году](#), он ещё недостаточно хорошо изучен и привлекает к себе повышенный интерес.

Графен не является просто кусочком других [аллотропных модификаций](#) углерода: [графита](#), [алмаза](#) — из-за особенностей [энергетического спектра](#) носителей он проявляет специфические<sup>[9]</sup>, в отличие от других [двумерных систем](#), электрофизические свойства.

## Содержание

### [1 История открытия](#)

- [2 Получение](#)
- [3 Дефекты](#)
- [4 Возможные применения](#)
- [5 Физика](#)
  - [5.1 Теория](#)
    - [5.1.1 Кристаллическая структура](#)
    - [5.1.2 Зонная структура](#)
    - [5.1.3 Линейный закон дисперсии](#)
    - [5.1.4 Эффективная масса](#)
    - [5.1.5 Хиральность и парадокс Клейна](#)
  - [5.2 Эксперимент](#)
    - [5.2.1 Проводимость](#)
    - [5.2.2 Квантовый эффект Холла](#)
- [6 Любопытные факты](#)
- [7 Примечания](#)
- [8 См. также](#)
- [9 Ссылки](#)

## История открытия

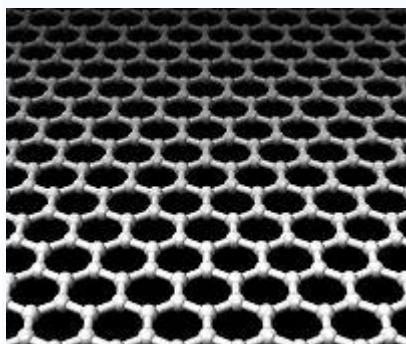


Рис. 1. Идеальная кристаллическая структура графена представляет собой гексагональную кристаллическую решётку.

Графен является двумерным [кристаллом](#), состоящим из одиночного слоя атомов углерода, собранных в [гексагональную решётку](#). Его теоретическое исследование началось задолго до получения реальных образцов материала, поскольку из графена можно собрать трёхмерный кристалл [графита](#). Графен является базой для построения теории этого кристалла. Графит является [полуметаллом](#), и как было показано<sup>[11]</sup> в [1947 году](#) П. Воллесом, в [зонной структуре](#) графена также отсутствует [запрещённая зона](#), причём в точках соприкосновения [валентной зоны](#) и [зоны проводимости](#) [энергетический спектр](#) электронов и [дырок](#) линеен как функция [волнового вектора](#). Такого рода спектром обладают безмассовые [фотоны](#) и ультрарелятивистские частицы, а также [нейтрино](#). Поэтому говорят, что [эффективная масса](#) электронов и дырок в графене вблизи точки соприкосновения зон равна нулю. Но здесь стоит заметить, что, несмотря на сходство фотонов и безмассовых носителей, в графене существует несколько существенных различий, делающих носители в графене уникальными по своей физической природе, а именно: электроны и дырки являются [фермионами](#), и они заряжены. В настоящее время аналогов для этих безмассовых заряженных фермионов среди известных элементарных частиц нет.

Несмотря на такие специфические особенности, экспериментального подтверждения эти выводы не получили до [2005 года](#)<sup>[9]</sup>, поскольку не удавалось создать графен. Кроме того, ещё раньше было доказано теоретически, что свободную идеальную двумерную плёнку получить невозможно из-за нестабильности относительно сворачивания или скручивания<sup>[10][11][12]</sup>. Тепловые флуктуации приводят к плавлению двумерного кристалла при любой конечной температуре.

Интерес к графену появился снова после открытия [углеродных нанотрубок](#), поскольку вся первоначальная теория строилась на простой модели нанотрубки как развёртки цилиндра. Поэтому теория для графена в приложении к нанотрубкам хорошо проработана.

Попытки получения графена, прикрепленного к другому материалу, начались с экспериментов, использующих простой [карандаш](#), и продолжились с использованием [атомно-силового микроскопа](#)<sup>[13]</sup> для механического удаления слоёв графита, но не достигли успеха. Использование графита с внедрёнными ([интеркалированный графит](#))<sup>[10]</sup> в межплоскостное пространство чужеродными атомами (используется для увеличения расстояния между соседними слоями и их расщепления) также не привело к результату.

В 2004 году российскими и британскими учёными была опубликована работа в журнале Science<sup>[2]</sup>, где сообщалось о получении графена на подложке окисленного кремния. Таким образом, стабилизация двумерной плёнки достигалась благодаря наличию связи с тонким

слоем диэлектрика  $\text{SiO}_2$  по аналогии с тонкими плёнками, выращенными с помощью МПЭ. Впервые были измерены [проводимость](#), [эффект Шубникова — де Гааза](#), [эффект Холла](#) для образцов, состоящих из плёнок углерода с атомарной толщиной.

Метод отшелушивания является довольно простым и гибким, поскольку позволяет работать со всеми слоистыми кристаллами, то есть теми материалами, которые представляются как слабо (по сравнению с силами в плоскости) связанные слои двумерных кристаллов. В последующей работе<sup>[6]</sup> авторы показали, что его можно использовать для получения других двумерных кристаллов: [BN](#),  $\text{MoS}_2$ ,  $\text{NbSe}_2$ ,  $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_x$ .

## Получение

Основная статья: [Получение графена](#)

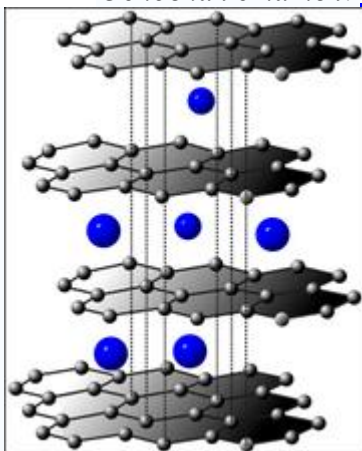


Рис. 2. Слои [интеркалированного графита](#) можно легко отделить друг от друга<sup>[10]</sup>

Кусочки графена получают при механическом воздействии на [высокоориентированный пиролитический графит](#) или [киш-графит](#)<sup>[14]</sup>. Сначала тонкие слои графита помещают между липкими лентами и отщепляют раз за разом тонкие слои графита, пока не будет получен достаточно тонкий слой (среди многих плёнок могут попадаться и однослойные, которые и представляют интерес). После отшелушивания скотч с тонкими плёнками графита и графена прижимают к подложке окисленного кремния. При этом трудно получить плёнку определённого размера и формы в фиксированных частях подложки (горизонтальные размеры плёнок составляют обычно около 10 мкм).<sup>[6]</sup> [Найденные](#) с помощью оптического микроскопа (они слабо видны при толщине диэлектрика 300 нм) плёнки подготавливают для измерений. С помощью атомно-силового микроскопа определяют реальную толщину плёнки графита (она может варьироваться в пределах 1 нм для графена). Используя [электронную литографию](#) и [реактивное плазменное травление](#), задают форму плёнки для электрофизических измерений (холловский мост для магнитотранспортных измерений).

Кусочки графена также можно приготовить из графита, используя химические методы<sup>[15]</sup>. Для начала микрокристаллы графита подвергаются действию смеси [серной](#) и [соляной](#) кислот. Графит окисляется, и на краях образца появляются [карбоксильные группы](#) графена. Их превращают в хлориды при помощи [тионилхлорида](#). Затем под действием [октадециламина](#) в растворах [тетрагидрофурана](#), [тетрахлорметана](#) и [дихлорэтана](#) они переходят в графеновые слои толщиной 0,54 [нм](#). Этот химический метод не единственный, и, меняя органические растворители и химикаты, можно получить нанометровые слои графита<sup>[16]</sup>.

В статьях<sup>[17][18]</sup> описан ещё один химический метод получения графена, встроенного в [полимерную](#) матрицу. Следует упомянуть ещё два метода: радиочастотное плазмохимическое осаждение из газовой фазы ([англ. PECVD](#))<sup>[19]</sup>, рост при высоком давлении и температуре ([англ. HPHT](#))<sup>[20]</sup>. Из этих методов только последний можно использовать для получения плёнок большой площади.

Если кристалл пиролитического графита и подложку поместить между электродами, то, как показано в работе<sup>[21]</sup>, можно добиться того, что кусочки графита с поверхности, среди которых могут оказаться плёнки атомарной толщины, под действием электрического поля могут перемещаться на подложку окисленного кремния. Для предотвращения пробоя (между электродами прикладывали напряжение от 1 до 13 кВ) между электродами также помещали тонкую пластину [слюд](#).

Существует также несколько сообщений<sup>[7][8]</sup>, посвящённых получению графена, выращенного на подложках [карбида кремния](#) SiC(0001). Графитовая плёнка формируется при термическом разложении поверхности подложки SiC (этот метод получения графена гораздо ближе к промышленному производству), причём качество выращенной плёнки зависит от того, какая стабилизация у кристалла: C-стабилизированная или Si-стабилизированная поверхность — в первом случае качество плёнок выше. В работах<sup>[22][23]</sup> та же группа исследователей показала, что, несмотря на то, что толщина слоя графита составляет больше одного монослоя, в проводимости участвует только один слой в непосредственной близости от подложки, поскольку на границе SiC-C из-за разности [работ выхода](#) двух материалов образуется нескомпенсированный заряд. Свойства такой плёнки оказались эквивалентны свойствам графена.

## Дефекты

Идеальный графен состоит исключительно из шестиугольных ячеек. Присутствие пяти- и семиугольных ячеек будет приводить к различного рода [дефектам](#).

Наличие пятиугольных ячеек приводит к сворачиванию атомной плоскости в конус. Структура с 12 такими дефектами одновременно известна под названием [фуллерен](#). Присутствие семиугольных ячеек приводит к образованию седловидных искривлений атомной плоскости. Комбинация этих дефектов и нормальных ячеек может приводить к образованию различных форм поверхности.

## Возможные применения

*Основные статьи:* [Графеновый полевой транзистор](#), [Графеновые наноленты](#)

Считается, что на основе графена можно сконструировать баллистический транзистор. В марте 2006 года группа исследователей из технологического института штата Джорджии заявила, что ими был получен [полевой транзистор](#) на графене, а также [квантово-интерференционный](#) прибор<sup>[24]</sup>. Исследователи полагают, что благодаря их достижениям в скором времени появится новый класс графеновой наноэлектроники с базовой толщиной [транзисторов](#) до 10 нм. Данный транзистор обладает большим током утечки, то есть нельзя разделить два состояния с закрытым и открытым каналом.

Использовать напрямую графен при создании [полевого транзистора](#) без токов утечки не представляется возможным благодаря отсутствию запрещённой зоны в этом материале, поскольку нельзя добиться существенной разности в сопротивлении при любых

приложенных напряжениях к затвору, то есть не получается задать два состояния пригодных для двоичной логики: проводящее и непроводящее. Сначала нужно создать каким-нибудь образом запрещённую зону достаточной ширины при рабочей температуре (чтобы термически возбуждённые носители давали малый вклад в проводимость). Один из возможных способов предложен в работе<sup>[51]</sup>. В этой статье предлагается создать тонкие полоски графена с такой шириной, чтобы благодаря [квантово-размерному](#) эффекту ширина запрещённой зоны была достаточной для перехода в диэлектрическое состояние (закрытое состояние) прибора при комнатной температуре (28 мэВ соответствует ширине полоски 20 нм). Благодаря высокой подвижности (имеется в виду, что подвижность выше чем в [кремнии](#), используемом в [микроэлектронике](#))  $10^4 \text{ см}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$  быстродействие такого транзистора будет заметно выше. Несмотря на то, что это устройство уже способно работать как транзистор, затвор к нему ещё не создан.

Другая область применения предложена в статье<sup>[25]</sup> и заключается в использовании графена в качестве очень чувствительного [сенсора](#) для обнаружения отдельных молекул химических веществ, присоединённых к поверхности плёнки. В этой работе исследовались такие вещества, как [NH<sub>3</sub>](#), [CO](#), [H<sub>2</sub>O](#), [NO<sub>2</sub>](#). Сенсор размером 1 мкм × 1 мкм использовался для детектирования присоединения отдельных молекул NO<sub>2</sub> к графену. Принцип действия этого сенсора заключается в том, что разные молекулы могут выступать как [доноры](#) и [акцепторы](#), что в свою очередь ведёт к изменению сопротивления графена. В работе<sup>[26]</sup> теоретически исследуется влияние различных примесей (использованных в отмеченном выше эксперименте) на проводимость графена. В работе<sup>[27]</sup> было показано, что NO<sub>2</sub> молекула является хорошим акцептором из-за своих [парамагнитных](#) свойств, а [диамагнитная](#) молекула N<sub>2</sub>O<sub>4</sub> создаёт уровень близко к точке электронейтральности. В общем случае примеси, молекулы которых имеют [магнитный момент](#) (неспаренный электрон), обладают более сильными легирующими свойствами.

Ещё одна перспективная область применения графена — его использование для изготовления электродов в [ионисторах](#) (суперконденсаторах) для использования их в качестве перезаряжаемых источников тока. Опытные образцы ионисторов на графене имеют удельную энергоёмкость 32 Вт·ч/кг, сравнимую с таковой для [свинцово-кислотных аккумуляторов](#) (30–40 Вт·ч/кг)<sup>[28]</sup>

## Физика

Физические свойства нового материала можно изучать по аналогии с другими подобными материалами. В настоящее время экспериментальное и теоретическое исследование графена сосредоточено на стандартных свойствах двумерных систем: проводимости, квантовом эффекте Холла, [слабой локализации](#) и других эффектах, исследованных ранее в [двумерном электронном газе](#).

## Теория

В этом параграфе кратко описываются основные положения теории, некоторые из которых получили экспериментальное подтверждение, а некоторые ещё ждут [верификации](#).

## Кристаллическая структура

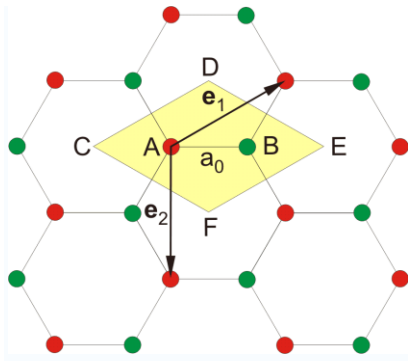


Рис. 3. Изображение гексагональной решётки графена. Жёлтым цветом показана элементарная ячейка, красным и зелёным цветами показаны узлы различных подрешёток кристалла.  $\mathbf{e}_1$  и  $\mathbf{e}_2$  — вектора трансляций

Кристаллическая решётка графена (см. Рис. 3) представляет собой плоскость, состоящую из шестиугольных ячеек, то есть является двумерной гексагональной кристаллической решёткой. Для такой решётки известно, что её обратная решётка тоже будет гексагональной. В элементарной ячейке кристалла находятся два атома, обозначенные А и В. Каждый из этих атомов при сдвиге на вектора трансляций (любой вектор вида  $\mathbf{r}_A = m\mathbf{e}_1 + n\mathbf{e}_2$ , где  $m$  и  $n$  — любые целые числа) образует подрешётку из эквивалентных ему атомов, то есть свойства кристалла независимы от точек наблюдения, расположенных в эквивалентных узлах кристалла. На рисунке 3 представлены две подрешётки атомов, покрашенные разными цветами: зелёным и красным.

Расстояние между ближайшими атомами углерода в шестиугольниках, обозначенное  $a_0$ , составляет 0,142 нм. Постоянную решётки ( $a$ ) можно получить из простых геометрических соображений. Она равна  $a = \sqrt{3}a_0$ , то есть 0,246 нм. Если определить за начало координат точку, соответствующую узлу кристаллической решётки (подрешётка А), из которой начинаются векторы трансляций:  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$  с длиной векторов, равной  $a$ , и ввести двумерную декартову систему координат в плоскости графена с осью ординат, направленной вверх, и осью абсцисс, направленной по отрезку, соединяющему соседние узлы А и В, то тогда координаты концов векторов трансляций, начинающихся из начала координат, запишутся в виде<sup>[1]</sup>:

$$\mathbf{e}_1 = [\sqrt{3}a/2, -a/2], \quad \mathbf{e}_2 = [0, a], \quad (1.1)$$

а соответствующие им вектора обратной решётки:

$$\mathbf{g}_1 = [2/(\sqrt{3}a), 0], \quad \mathbf{g}_2 = [1/(\sqrt{3}a), 1/a] \quad (1.2)$$

(без множителя  $2\pi$ ). В декартовых координатах положение ближайших к узлу подрешётки А (все атомы которой на рисунке 3 показаны красным) в начале координат, атомов из подрешётки В (показаны соответственно зелёным цветом) задаётся в виде:

$$[a/\sqrt{3}, 0], \quad [-a/(2\sqrt{3}), a/2], \quad [-a/(2\sqrt{3}), -a/2]. \quad (1.3)$$

## Зонная структура

Основная статья: [Зонная структура графена](#)

Кристаллическая структура материала находит отражение во всех его физических свойствах. В особенности сильно от порядка, в котором расположены атомы в кристаллической решётке, зависит зонная структура кристалла.

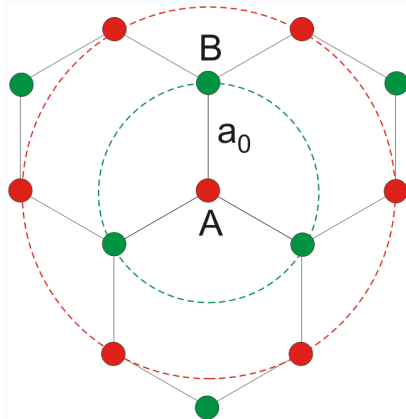


Рис. 4: Ближайшие атомы в окружении центрального узла (A) решётки. Красная пунктирная окружность соответствует ближайшим соседям из той же самой подрешётки кристалла (A), а зелёная окружность соответствует атомам из второй подрешётки кристалла (B)

Зонная структура графена рассчитана в статье<sup>[1]</sup> в приближении сильно связанных электронов. На внешней оболочке атома углерода находится 4 электрона, три из которых образуют связи с соседними атомами в решётки при перекрывании  $sp^2$ -гибридизированных орбиталей, а оставшийся электрон находится в  $2p_z$ -состоянии (именно это состояние отвечает в графите за образование межплоскостных связей, а в графене — за образование энергетических зон). В приближении сильно связанных электронов полная волновая функция всех электронов кристалла записывается в виде суммы волновых функций электронов из разных подрешёток

$$\psi = \phi_1 + \lambda\phi_2, \quad (2.1)$$

где коэффициент  $\lambda$  — некий неизвестный (вариационный) параметр, который определяется из минимума энергии. Входящие в уравнение волновые функции  $\phi_1$  и  $\phi_2$  записываются в виде суммы волновых функций отдельных электронов в различных подрешётках кристалла

$$\phi_1 = \sum e^{2\pi i \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_A} X(\mathbf{r} - \mathbf{r}_A), \quad (2.2)$$

$$\phi_2 = \sum_B e^{2\pi i \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_B} X(\mathbf{r} - \mathbf{r}_B). \quad (2.3)$$

Здесь  $\mathbf{r}_A$  и  $\mathbf{r}_B$  — радиус-векторы, направленные на узлы кристаллической решётки, а  $X(\mathbf{r} - \mathbf{r}_A)$  и  $X(\mathbf{r} - \mathbf{r}_B)$  — волновые функции электронов, локализованных вблизи этих узлов.

В приближении сильно связанных электронов интеграл перекрытия ( $\gamma_0$ ), то есть сила взаимодействия, быстро падает на межатомных расстояниях. Другими словами — взаимодействие волновой функции центрального атома с волновыми функциями атомов, расположенных на зелёной окружности (см. Рис. 4), вносит основной вклад в формирование зонной структуры графена.

Энергетический спектр электронов в графене имеет вид (здесь учтены только ближайшие соседи, координаты которых задаются по формуле (1.3))

$$E = \pm \sqrt{\gamma_0^2 \left( 1 + 4 \cos^2 \pi k_y a + 4 \cos \pi k_y a \cos \pi k_x \sqrt{3} a \right)}, \quad (2.4)$$

где знак «+» соответствует электронам, а «-» — дыркам.

### Линейный закон дисперсии

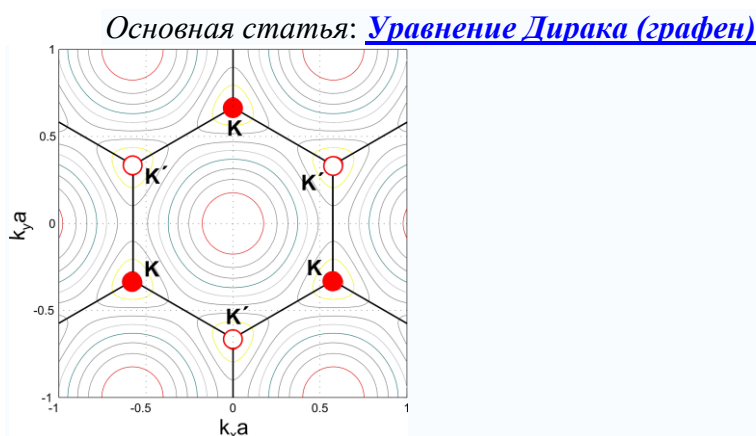


Рис. 5. Изолинии постоянной энергии (формула (2.4)). Жирный чёрный шестиугольник — первая [зона Бриллюэна](#). Показаны также красные окружности на краях первой зоны Бриллюэна, где закон дисперсии носителей линеен. К и К' обозначают две долины в  $k$ -пространстве с неэквивалентными волновыми векторами

Из уравнения (2.4) следует, что вблизи точек соприкосновения валентной зоны и зоны проводимости (К и К') [закон дисперсии](#) для носителей (электронов) в графене представляется в виде:

$$E = \hbar v_F k, \quad (3.1)$$

где  $v_F$  — [скорость Ферми](#) (экспериментальное значение<sup>[9]</sup>  $v_F = 10^6$  м/с),  $k$  — модуль волнового вектора в двумерном пространстве с компонентами  $(k_x, k_y)$ , отсчитанного от К или К' точек Дирака,  $\hbar$  — [постоянная Планка](#). Здесь следует отметить, что такого рода спектром обладает [фотон](#), поэтому говорят, что [квазичастицы](#) (электроны и дырки, энергия для которых выражается формулой  $E = \pm \hbar v_F k$ ) в графене обладают **нулевой** эффективной массой. Скорость Ферми  $v_F$  играет роль «эффективной» скорости света. Так как электроны и дырки — фермионы, то они должны описываться [уравнением Дирака](#), но с нулевой массой частиц и античастиц (аналогично уравнениям для безмассовых нейтрино). Кроме того, так как графен — двухдолинный полуметалл, то уравнение Дирака должно быть модифицировано для учёта электронов и дырок из разных долин (К, К'). В итоге мы получим восемь дифференциальных уравнений первого порядка, которые включают такие характеристики носителей, как принадлежность к определённой подрешётке (А, В) кристалла, нахождение в долине (К, К') и проекцию спина. Решения этих уравнений описывают частицы с положительной энергией (электроны) и античастицы с отрицательной энергией (дырки). Обычно спин электрона не принимают во внимание (когда отсутствуют сильные магнитные поля) и гамильтониан уравнения Дирака записывается в виде:

$$H_0 = -i\hbar v \begin{pmatrix} \sigma \nabla & 0 \\ 0 & \sigma^* \nabla \end{pmatrix} = -i\hbar v \begin{pmatrix} 0 & \nabla_x - i\nabla_y & 0 & 0 \\ \nabla_x + i\nabla_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \nabla_x + i\nabla_y \\ 0 & 0 & \nabla_x - i\nabla_y & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.2)$$

где  $\sigma = (\sigma_x, \sigma_y)$  — вектор-строка, состоящая из [матриц Паули](#).

Линейный закон дисперсии приводит к линейной зависимости плотности состояний от энергии, в отличие от обычных двумерных систем с параболическим законом дисперсии, где [плотность состояний не зависит](#) от энергии. Плотность состояний в графене задаётся стандартным способом

$$N = g_s g_v \int \frac{dk_x dk_y}{(2\pi)^2} = g_s g_v \int \frac{2\pi k dk}{(2\pi)^2} = \int \frac{g_s g_v |E|}{2\pi \hbar^2 v_F^2} dE, \quad (3.3)$$

где выражение под интегралом и есть искомая плотность состояний (на единицу площади) <sup>[29]</sup>:

$$\nu(E) = \frac{g_s g_v}{2\pi \hbar^2 v_F^2} |E|, \quad (3.4)$$

где  $g_s$  и  $g_v$  — спиновое и долинное вырождение соответственно, а модуль энергии появляется, чтобы описать электроны и дырки одной формулой. Отсюда видно, что при нулевой энергии плотность состояний равна нулю, то есть отсутствуют носители (при нулевой температуре).

Концентрация электронов задаётся интегралом по энергии

$$n = \int_0^{\infty} \frac{\nu(E) dE}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)}, \quad (3.5)$$

где  $E_F$  — [уровень Ферми](#). Если температура мала по сравнению с уровнем Ферми, то можно ограничиться случаем вырожденного электронного газа

$$n = \int_0^{E_F} \frac{g_s g_v E dE}{2\pi \hbar^2 v_F^2} = \frac{g_s g_v}{2\pi \hbar^2 v_F^2} \frac{E_F^2}{2}. \quad (3.6)$$

Концентрацией носителей управляют с помощью затворного напряжения. Они связаны простым соотношением  $n = 7,2 \cdot 10^{14} V_g$  (при толщине диэлектрика 300 нм).

Здесь также следует обратить внимание на тот факт, что появление линейного закона дисперсии при рассмотрении гексагональной решётки не является уникальной особенностью для данного типа кристаллической структуры, а может появляться и при существенном искажении решётки вплоть до [квадратной решётки](#) <sup>[30][31]</sup>.

## Эффективная масса

Благодаря линейному закону дисперсии эффективная масса электронов и дырок в графене равна нулю. Но в магнитном поле возникает другая масса, связанная с движением электрона по замкнутым орбитам и называемая [циклотронной массой](#). Связь между циклотронной массой и энергетическим спектром для носителей в графене получается из следующего рассмотрения. Энергия [уровней Ландау](#) для [уравнения Дирака](#) задаётся в виде

$$E_{LL} = \sqrt{2e\hbar v_F^2 B (N + 1/2 \pm 1/2)}, \quad (5.1)$$

где «±» соответствует спиновому расщеплению. [Плотность состояний](#) в графене осциллирует как функция обратного магнитного поля, и её частота равна

$$B_F = \frac{\hbar}{2\pi e} S(E), \quad (5.2)$$

где  $S(E) = \pi k^2$  — площадь орбиты в пространстве волновых векторов на уровне Ферми. Осциллирующий характер плотности состояний приводит к осцилляциям магнетосопротивления, что эквивалентно [эффекту Шубникова — де Гааза](#) в обычных двумерных системах. Исследуя температурную зависимость амплитуды осцилляций, находят циклотронную массу носителей.

Из периода осцилляций также можно определить концентрацию носителей

$$B_F = \frac{h}{4e} n. \quad (5.3)$$

[Циклотронная масса](#) связана с площадью орбиты следующим соотношением

$$m_c = \frac{\hbar^2}{2\pi} \frac{\partial S(E)}{\partial E}. \quad (5.4)$$

Если принять во внимание линейный закон дисперсии для носителей в графене (3.1), то зависимость эффективной массы от концентрации задаётся формулой

$$m_c = \frac{\hbar k_F}{v_F} = \frac{E}{v_F^2} = \left( \frac{\hbar^2 n}{4\pi v_F^2} \right)^{1/2}. \quad (5.5)$$

Согласие этой корневой зависимости с экспериментальными результатами стало доказательством линейности закона дисперсии в графене<sup>[9][14]</sup>.

## Хиральность и [парадокс Клейна](#)

Основная статья: [Парадокс Клейна \(графен\)](#)

Рассмотрим часть гамильтониана для долины  $K$  (см. формулу (3.2)):

$$H_0^K = -i\hbar v \sigma \nabla. \quad (6.2)$$

Матрицы Паули здесь не имеют отношения к спину электрона, а отражают вклад двух подрешёток в формирование двухкомпонентной волновой функции частицы. Матрицы Паули являются операторами *псевдоспина* по аналогии со спином электрона. Данный гамильтониан полностью эквивалентен гамильтониану для [нейтрино](#), и, как и для нейтрино, существует сохраняющаяся величина проекции спина (псевдоспина для частиц в графене) на направление движения — величина, называемая [спиральностью](#) ([хиральностью](#)). Для электронов хиральность положительна, а для дырок — отрицательна. Сохранение хиральности в графене приводит к такому явлению, как [парадокс Клейна](#). В квантовой механике с этим явлением связано нетривиальное поведение [коэффициента прохождения](#) релятивистской частицей [потенциальных барьеров](#), высота которых больше, чем удвоенная энергия покоя частицы. Частица более легко преодолевает более высокий барьер. Для частиц в графене можно построить аналог парадокса Клейна с той разницей, что не существует массы покоя. Можно показать<sup>[32]</sup>, что электрон преодолевает с вероятностью, равной единице, любые потенциальные барьеры при нормальном падении на границу раздела. Если падение происходит под углом, то существует некоторая вероятность отражения. Например, обычный p-n переход в графене является таким преодолемым барьером<sup>[33]</sup>. В целом парадокс Клейна приводит к тому, что частицы в графене трудно локализовать, что в свою очередь приводит, например, к высокой подвижности носителей в графене. Недавно были предложены несколько моделей, позволяющих локализовать электроны в графене<sup>[34][35]</sup>. В работе<sup>[36]</sup> впервые продемонстрирована квантовая точка из графена и измерена [кулоновская блокада](#) при 0,3 К.

## Эксперимент

подавляющее большинство экспериментальных работ посвящено графену, полученному отшелушиванием объёмного кристалла пиролитического графита.

## Проводимость

*Основные статьи:* [Проводимость \(графен\)](#), [Подвешенный графен](#)

Теоретически показано, что основное ограничение на [подвижность](#) электронов и дырок в графене (на Si подложке) возникает из-за заряженных примесей в диэлектрике (SiO<sub>2</sub>), поэтому сейчас ведутся работы по получению свободновисящих плёнок графена, что должно увеличить подвижность до  $2 \times 10^6 \text{ см}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$ <sup>[37]</sup>. В настоящее время максимальная достигнутая подвижность составляет  $2 \times 10^5 \text{ см}^2 \cdot \text{В}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$ ; она была получена в образце, подвешенном над слоем диэлектрика на высоте 150 нм (часть диэлектрика была удалена с помощью [жидкостного травителя](#))<sup>[38]</sup>. Образец с толщиной в один атом поддерживался при помощи широких контактов. Для улучшения подвижности образец подвергался очистке от примесей на поверхности посредством пропускания тока<sup>[39]</sup>, который нагревал весь образец до 900 К в высоком [вакууме](#).

Идеальную двумерную плёнку в свободном состоянии нельзя получить из-за её термодинамической нестабильности. Но если в плёнке будут дефекты или она будет деформирована в пространстве (в третьем измерении), то такая «неидеальная» плёнка может существовать без контакта с подложкой<sup>[40]</sup>. В эксперименте<sup>[41]</sup> с использованием [просвечивающего электронного микроскопа](#) было показано, что свободные плёнки графена существуют и образуют поверхность сложной волнистой формы, с латеральными размерами пространственных неоднородностей около 5—10 нм и высотой 1 нм. В статье<sup>[42]</sup> было показано, что можно создать свободную от контакта с подложкой плёнку, закреплённую с двух краёв, образуя, таким образом, нанoeлектромеханическую систему.

В данном случае подвешенный графен можно рассматривать как мембрану, изменение частоты механических колебаний которой предлагается использовать для детектирования массы, силы и заряда, то есть использовать в качестве высокочувствительного сенсора.

Подложка кремния с диэлектриком, на котором покоится<sup>[2]</sup> графен, должна быть сильно легирована, чтобы её можно было использовать в качестве [обратного затвора](#), при помощи которого можно управлять концентрацией и даже изменять [тип проводимости](#). Поскольку графен является полуметаллом, то приложение положительного напряжения к затвору приводит к электронной проводимости графена, и напротив — если приложить отрицательное напряжение, то основными носителями станут дырки, поэтому в принципе нельзя обеднить полностью графен от носителей. Заметим, что если графит состоит из нескольких десятков слоёв, то электрическое поле достаточно хорошо экранировано, как и в металлах, огромным количеством носителей в полуметалле<sup>[13]</sup>.

В идеальном случае, когда отсутствует легирование и затворное напряжение равно нулю, не должно быть носителей тока (см. [плотность состояний](#)), что, если следовать наивным представлениям, должно приводить к отсутствию [проводимости](#). Но как показывают эксперименты и теоретические работы<sup>[43][44][45]</sup>, вблизи дираковской точки или точки электронейтральности для дираковских фермионов существует конечное значение проводимости, хотя величина минимальной проводимости зависит от метода расчёта. Эта идеальная область не изучена просто потому, что нет достаточно чистых образцов. В действительности все плёнки графена соединены с подложкой, и это приводит к неоднородностям, флуктуациям потенциала, что ведёт к пространственной неоднородности типа проводимости по образцу, поэтому даже в точке электронейтральности концентрация носителей теоретически не меньше чем  $10^{12} \text{ см}^{-2}$ . Здесь проявляются отличие от обычных систем с двумерным электронным или дырочным газом, а именно отсутствует [переход металл-диэлектрик](#).

## Квантовый эффект Холла

Основная статья: [Квантовый эффект Холла \(графен\)](#)

Впервые необычный ([англ.](#) *unconventional*) квантовый эффект Холла наблюдали в работах<sup>[9][14]</sup>, где было показано, что носители в графене действительно обладают нулевой эффективной массой, поскольку положения плато на зависимости недиагональной компоненты тензора проводимости соответствовали полужелым значениям холловской проводимости  $\nu = \pm(|n| + 1/2)$  в единицах  $4e^2 / h$  (множитель 4 появляется из-за четырёхкратного вырождения энергии), то есть  $\sigma_{xy} = \pm(|n| + 1/2)4e^2/h$ . Это квантование согласуется с теорией квантового эффекта Холла для дираковских безмассовых [фермионов](#)<sup>[44][45]</sup>. Сравнение целочисленного квантового эффекта Холла в обычной двумерной системе и графене см. на рисунке 6. Здесь показаны уширенные уровни Ландау для электронов (выделение красным цветом) и для дырок (синий цвет). Если [уровень Ферми](#) находится между уровнями Ландау, то на зависимости холловской проводимости  $\sigma_{xy}$  наблюдается ряд плато. Эта зависимость отличается от обычных двумерных систем (аналогом может служить двумерный электронный газ в кремнии, который является двухдолинным полупроводником в плоскостях, эквивалентных  $\{100\}$ , то есть тоже обладает четырёхкратным вырождением уровней Ландау, и холловские плато наблюдаются при  $\nu = 4 |n|$ ).

[Квантовый эффект Холла](#) (КЭХ) может использоваться как эталон сопротивления, потому что численное значение наблюдаемого в графене плато, равное  $h / 2e^2$ , воспроизводится с

хорошей точностью, хотя качество образцов уступает высокоподвижному ДЭГ в GaAs, и, соответственно, точности квантования. Преимущество КЭХ в графене в том, что он наблюдается при комнатной температуре<sup>[46]</sup> (в магнитных полях свыше 20 Т). Основное ограничение на наблюдение КЭХ при комнатной температуре накладывает не само размытие распределения Ферми-Дирака, а рассеяние носителей на примесях, что приводит к уширению уровней Ландау.

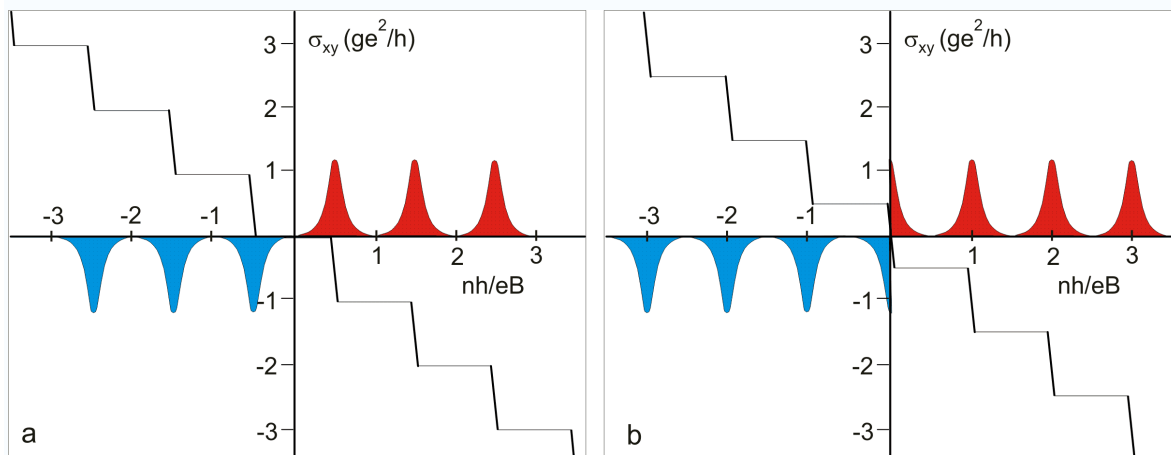


Рис. 6. а) Квантовый эффект Холла в обычной двумерной системе. б) Квантовый эффект Холла в графене.  $g = g_s g_v = 4$  — вырождение спектра

В современных образцах графена (лежащих на подложке) вплоть до 45 Т невозможно наблюдать дробный квантовый эффект Холла, но наблюдается целочисленный квантовый эффект Холла, который не совпадает с обычным квантовым эффектом Холла. В работе<sup>[47]</sup> наблюдается спиновое расщепление релятивистских уровней Ландау и снятие четырёхкратного вырождения для наинизшего уровня Ландау вблизи точки электронейтральности. Для объяснения этого эффекта предложено несколько теорий<sup>[48]</sup>, но недостаточное количество экспериментального материала не позволяет выбрать среди них правильную.

Из-за отсутствия запрещённой зоны в графене в структурах с верхним затвором можно сформировать непрерывный p-n переход, когда напряжение на верхнем затворе позволяет инвертировать знак носителей, задаваемый обратным затвором в графене, где концентрация носителей никогда не обращается в ноль (кроме точки электронейтральности). В таких структурах тоже можно наблюдать квантовый эффект Холла, но из-за неоднородности знака носителей значения холловских плато отличаются от приведённых выше. Для структуры с одним p-n переходом<sup>[49]</sup> значения квантования холловской проводимости описываются формулой

$$G = \frac{2e^2}{h} \frac{|\nu'| |\nu|}{|\nu'| + |\nu|}, \quad (7.1)$$

где  $\nu$  и  $\nu'$  — *факторы заполнения* в n- и p- области соответственно (p-область находится под верхним затвором), которые могут принимать значения  $\pm 2, \pm 6, \pm 10$  и т. д. Тогда плато в структурах с одним p-n переходом наблюдаются при значениях 1, 3/2, 2, и т. д.

Для структуры с двумя p-n переходами<sup>[50]</sup> соответствующие значения холловской проводимости равны

$$G = \frac{e^2}{h} \frac{|\nu'| |\nu|}{2|\nu'| + |\nu|} = \frac{2}{3}, \frac{6}{5}, \frac{6}{7}, \dots (\nu\nu' < 0). \quad (7.2)$$

## Любопытные факты

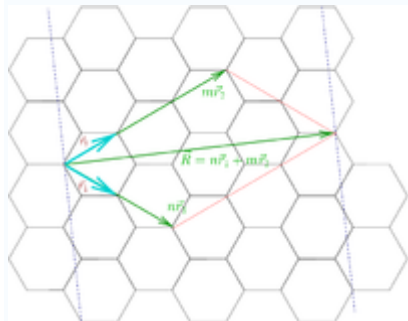


Рис. 7. Для получения нанотрубки  $(n, m)$ , графитовую плоскость надо разрезать по направлениям пунктирных линий и свернуть вдоль направления вектора  $\mathbf{R}$

- В статье, опубликованной 10 ноября 2005 года в журнале Nature<sup>[9]</sup>, Константин Новосёлов и Андрей Гейм утверждают, что [электрические заряды](#) в графене ведут себя как [релятивистские частицы](#) с нулевой эффективной массой. Эти частицы, известные как безмассовые [фермионы Дирака](#), описываются [уравнением Дирака](#), хотя в [эффекте Шубникова-де Гааза](#) (осцилляции магнетосопротивления) наблюдаемые осцилляции соответствуют конечной циклотронной массе.
- Так как закон дисперсии для носителей идентичен закону для безмассовых частиц, графен может выступать в качестве экспериментальной лаборатории для [квантовой электродинамики](#)<sup>[51]</sup>.
- Квантовый эффект Холла в графене может наблюдаться даже при комнатной температуре<sup>[46]</sup> из-за большой циклотронной энергии, при которой температурное размытие [функции](#) распределения Ферми-Дирака меньше этой энергии  $E_N = \sqrt{2Ne\hbar v_F^2 B}$ ,  $N = 0, 1, \dots$  (это расстояние между первым и нулевым уровнями Ландау равно 1200 К при магнитном поле 9 Т)<sup>[52]</sup>.
- При сворачивании графена в цилиндр (см. Рис. 7) получается одностенная нанотрубка. В зависимости от конкретной схемы сворачивания графитовой плоскости, нанотрубки могут обладать или металлическими, или полупроводниковыми свойствами<sup>[53]</sup>.
- В графене отсутствует [вигнеровская кристаллизация](#)<sup>[54]</sup>.
- В графене нарушается [приближение Борна-Оппенгеймера](#) (адиабатическое приближение), гласящее, что в силу медленного движения ионных остовов решётки их можно включить в рассмотрение как возмущение, известное как фононы решётки, — основное приближение, на котором строится зонная теория твёрдых тел<sup>[55]</sup>.

## Примечания

1. ↑ [1](#) [2](#) [3](#) [4](#) [5](#) [6](#) Wallace P. R. «The Band Theory of Graphite», Phys. Rev. **71**, 622 (1947) DOI:10.1103/PhysRev.71.622
2. ↑ [1](#) [2](#) [3](#) [4](#) [5](#) [6](#) Novoselov K. S. et al. «Electric Field Effect in Atomically Thin Carbon Films», Science **306**, 666 (2004) DOI:10.1126/science.1102896
3. ↑ Bunch J. S. et al. Electromechanical Resonators from Graphene Sheets Science **315**, 490 (2007) DOI:10.1126/science.1136836
4. ↑ Balandin A. A. cond-mat/0802.1367 [1]

5. ↑ <sup>1 2</sup> Chen Zh. *et. al.* Graphene Nano-Ribbon Electronics *Physica E* **40**, 228 (2007) [DOI:10.1016/j.physe.2007.06.020](https://doi.org/10.1016/j.physe.2007.06.020)
6. ↑ <sup>1 2 3</sup> Novoselov, K. S. *et al.* «Two-dimensional atomic crystals», *PNAS* **102**, 10451 (2005) [DOI:10.1073/pnas.0502848102](https://doi.org/10.1073/pnas.0502848102)
7. ↑ <sup>1 2</sup> Rollings E. *et. al.* Synthesis and characterization of atomically thin graphite films on a silicon carbide substrate *J. Phys. Chem. Solids* **67**, 2172 (2006) [DOI:10.1016/j.jpcs.2006.05.010](https://doi.org/10.1016/j.jpcs.2006.05.010)
8. ↑ <sup>1 2</sup> Hass J. *et. al.* Highly ordered graphene for two dimensional electronics *Appl. Phys. Lett.* **89**, 143106 (2006) [DOI:10.1063/1.2358299](https://doi.org/10.1063/1.2358299)
9. ↑ <sup>1 2 3 4 5 6</sup> Novoselov K. S. *et al.* «Two-dimensional gas of massless Dirac fermions in graphene», *Nature* **438**, 197 (2005) [DOI:10.1038/nature04233](https://doi.org/10.1038/nature04233)
10. ↑ <sup>1 2 3</sup> Shioyama H. Cleavage of graphite to graphene *J. Mat. Sci. Lett.* **20**, 499—500 (2001)
11. ↑ Peierls R., *Helv. Phys. Acta* **7**, 81 (1934); Peierls R., *Ann. I. H. Poincare* **5**, 177 (1935); Landau L. D., *Phys. Z. Sowjetunion* **11**, 26 (1937)
12. ↑ Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. — 2001.
13. ↑ <sup>1 2</sup> Zhang Y. *et al.* Fabrication and electric-field-dependent transport measurements of mesoscopic graphite devices *Appl. Phys. Lett.* **86**, 073104 (2005) [DOI:10.1063/1.1862334](https://doi.org/10.1063/1.1862334)
14. ↑ <sup>1 2 3</sup> Zhang Y. *et. al.* «Experimental observation of the quantum Hall effect and Berry's phase in graphene» *Nature* **438**, 201 (2005) [DOI:10.1038/nature04235](https://doi.org/10.1038/nature04235)
15. ↑ *Solution Properties of Graphite and Graphene* Sandip Niyogi, Elena Bekyarova, Mikhail E. Itkis, Jared L. McWilliams, Mark A. Hamon, and Robert C. Haddon *J. Am. Chem. Soc.*; 2006; 128(24) pp 7720 — 7721; (Communication) [DOI:10.1021/ja060680r](https://doi.org/10.1021/ja060680r)
16. ↑ Bunch J. S. *et al.* Coulomb Oscillations and Hall Effect in Quasi-2D Graphite Quantum Dots *Nano Lett.* **5**, 287 (2005) [DOI:10.1021/nl048111+](https://doi.org/10.1021/nl048111+)
17. ↑ Stankovich S. *et al.* «Stable aqueous dispersions of graphitic nanoplatelets via the reduction of exfoliated graphite oxide in the presence of poly(sodium 4-styrenesulfonate)», *J. Mater. Chem.* **16**, 155 (2006) [DOI:10.1039/b512799h](https://doi.org/10.1039/b512799h)
18. ↑ Stankovich S. *et al.* «Graphene-based composite materials», *Nature* **442**, 282 (2006) [DOI:10.1038/nature04969](https://doi.org/10.1038/nature04969)
19. ↑ Wang J. J. *et. al.* Free-standing subnanometer graphite sheets *Appl. Phys. Lett.* **85**, 1265 (2004) [DOI:10.1063/1.1782253](https://doi.org/10.1063/1.1782253)
20. ↑ Parvizi F., *et. al.* Graphene Synthesis via the High Pressure — High Temperature Growth Process *Micro Nano Lett.*, **3**, 29 (2008) [DOI:10.1049/mnl:20070074](https://doi.org/10.1049/mnl:20070074) [Препринт](#)
21. ↑ Sidorov A. N. *et al.*, Electrostatic deposition of graphene *Nanotechnology* **18**, 135301 (2007) [DOI:10.1088/0957-4484/18/13/135301](https://doi.org/10.1088/0957-4484/18/13/135301)
22. ↑ Berger, C. *et al.* «Electronic Confinement and Coherence in Patterned Epitaxial Graphene», *Science* **312**, 1191 (2006) [DOI:10.1126/science.1125925](https://doi.org/10.1126/science.1125925)
23. ↑ J. Hass *et. al.* Why Multilayer Graphene on 4H-SiC(000-1) Behaves Like a Single Sheet of Graphene *Phys. Rev. Lett.* **100**, 125504 (2008).
24. ↑ *Carbon-Based Electronics: Researchers Develop Foundation for Circuitry and Devices Based on Graphite* March 14, 2006 [gtrsearchnews.gatech.edu](http://gtrsearchnews.gatech.edu) [Link](#)
25. ↑ Schedin F. *et. al.* Detection of Individual Gas Molecules Absorbed on Graphene *Nature Materials* **6**, 652 (2007) [DOI:10.1038/nmat1967](https://doi.org/10.1038/nmat1967)
26. ↑ Hwang E. H. *et. al.* Transport in chemically doped graphene in the presence of adsorbed molecules *Phys. Rev. B* **76**, 195421 (2007) [DOI:10.1103/PhysRevB.76.195421](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.76.195421)
27. ↑ Wehling T. O. *et. al.* Molecular Doping of Graphene *Nano Lett.* **8**, 173 (2008) [DOI:10.1021/nl072364w](https://doi.org/10.1021/nl072364w)
28. ↑ S.R.C.Vivekchand; Chandra Sekhar Rout, K.S.Subrahmanyam, A.Govindaraj and C.N.R.Rao (2008). "[Graphene-based electrochemical supercapacitors](#)". *J. Chem. Sci., Indian Academy of Sciences* **120**, **January 2008**: 9–13.
29. ↑ Ando T. Screening Effect and Impurity Scattering in Monolayer Graphene *J. Phys. Soc. Jpn.* **75**, 074716 (2006) [DOI:10.1143/JPSJ.75.074716](https://doi.org/10.1143/JPSJ.75.074716)}
30. ↑ Hatsugai Y. *cond-mat/0701431* [\[2\]](#)
31. ↑ Gusynin V. P., *et. al.* AC conductivity of graphene: from tight-binding model to 2+1-dimensional quantum electrodynamics *Int. J. Mod. Phys. B* **21**, 4611 (2007) [DOI:10.1142/S0217979207038022](https://doi.org/10.1142/S0217979207038022)
32. ↑ Katsnelson M. I. *et al.*, Chiral tunnelling and the Klein paradox in graphene *Nat. Phys.* **2**, 620 (2006) [DOI:10.1038/nphys384](https://doi.org/10.1038/nphys384)

33. ↑ Cheianov V. V. and Fal'ko V. I., Selective transmission of Dirac electrons and ballistic magnetoresistance of n-p junctions in graphene Phys. Rev. B **74**, 041403 (2006) [DOI:10.1103/PhysRevB.74.041403](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.74.041403)
34. ↑ Trauzettel B. *et al.*, Spin qubits in graphene quantum dots Nat. Phys. **3**, 192 (2007) [DOI:10.1038/nphys544](https://doi.org/10.1038/nphys544)
35. ↑ Silvestrov P. G. and Efetov K. B. Quantum Dots in Graphene Phys. Rev. Lett. **98**, 016802 (2007) [DOI:10.1103/PhysRevLett.98.016802](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.98.016802)
36. ↑ Geim A. K., Novoselov K. S. The rise of graphene. Nat. Mat. **6**, 183 (2007). [DOI:10.1038/nmat1849](https://doi.org/10.1038/nmat1849)
37. ↑ Hwang E. H. *et al.*, Carrier Transport in Two-Dimensional Graphene Layers Phys. Rev. Lett. **98**, 186806 (2007) [DOI:10.1103/PhysRevLett.98.186806](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.98.186806) [cond-mat](#)
38. ↑ Bolotin K. I. *et al.* Ultrahigh electron mobility in suspended graphene Solid State Comm. **146**, 351 (2008) [DOI:doi:10.1016/j.ssc.2008.02.024](https://doi.org/10.1016/j.ssc.2008.02.024) [препринт](#)
39. ↑ Moser J. *et al.* Current-induced cleaning of graphene Appl. Phys. Lett. **91**, 163513 (2007) [DOI:10.1063/1.2789673](https://doi.org/10.1063/1.2789673)
40. ↑ *David Nelson (Editor), Steven Weinberg (Editor), T. Piran (Editor)* „Statistical Mechanics of Membranes and Surfaces“. — 2nd ed.. — World Scientific, Singapore. — p. 444 c. — [ISBN 978-981-238-760-8](#)
41. ↑ Meyer J. C. *et al.* The structure of suspended graphene sheets Nature **446**, 60 (2007) [DOI:10.1038/nature05545](https://doi.org/10.1038/nature05545)
42. ↑ Bunch J. S. *et al.*, Electromechanical Resonators from Graphene Sheets Science **315**, 490 (2007) [DOI:10.1126/science.1136836](https://doi.org/10.1126/science.1136836)
43. ↑ Ludwig A. W. W., *et al.*, «Integer quantum Hall transition: An alternative approach and exact results» Phys. Rev. B **50**, 7526 (1994) [DOI:10.1103/PhysRevB.50.7526](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.50.7526); Ziegler K., «Scaling behavior and universality near the quantum Hall transition» Phys. Rev. B **55**, 10661 (1997) [DOI:10.1103/PhysRevB.55.10661](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.55.10661); Ziegler K., «Delocalization of 2D Dirac Fermions: The Role of a Broken Supersymmetry» Phys. Rev. Lett. **80**, 3113 (1998) [DOI:10.1103/PhysRevLett.80.3113](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.80.3113); Katsnelson M. I., «Zitterbewegung, chirality, and minimal conductivity in graphene» Eur. Phys. J. B **51**, 157 (2006) [DOI:10.1140/epjb/e2006-00203-1](https://doi.org/10.1140/epjb/e2006-00203-1); Tworzydło J. *et al.*, «Sub-Poissonian Shot Noise in Graphene» Phys. Rev. Lett. **96**, 246802 (2006) [DOI:10.1103/PhysRevLett.96.246802](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.246802); Cserti J. «Minimal longitudinal dc conductivity of perfect bilayer grapheme» Phys. Rev. B **75**, 033405 (2007) [DOI:10.1103/PhysRevB.75.033405](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.75.033405); Ziegler K., «Robust Transport Properties in Graphene» Phys. Rev. Lett. **97**, 266802 (2006) [DOI:10.1103/PhysRevLett.97.266802](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.97.266802)
44. ↑ <sup>1,2</sup> Peres N. M. R., *et al.* Electronic properties of disordered two-dimensional carbon Phys. Rev. B **73**, 125411 (2006) [DOI:10.1103/PhysRevB.73.125411](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.73.125411)
45. ↑ <sup>1,2</sup> Gusynin V. P. *et al.* «Unconventional Integer Quantum Hall Effect in Graphene» Phys. Rev. Lett. **95**, 146801 (2005) [DOI:10.1103/PhysRevLett.95.146801](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.95.146801)
46. ↑ <sup>1,2</sup> Novoselov K. S. *et al.* Room-Temperature Quantum Hall Effect in Graphene Science **315**, 1379 (2007) [DOI:10.1126/science.1137201](https://doi.org/10.1126/science.1137201)
47. ↑ Zhang Y., *et al.*, «Landau-Level Splitting in Graphene in High Magnetic Fields» Phys. Rev. Lett. **96**, 136806 (2006) [DOI:10.1103/PhysRevLett.96.136806](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.136806)
48. ↑ Fuchs J. *et al.* Spontaneous Parity Breaking of Graphene in the Quantum Hall Regime Phys. Rev. Lett. **98**, 016803 (2007) [DOI:10.1103/PhysRevLett.98.016803](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.98.016803); Nomura K. *et al.*, Quantum Hall Ferromagnetism in Graphene Phys. Rev. Lett. **96**, 256602 (2006) [DOI:10.1103/PhysRevLett.96.256602](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.256602); Abanin D. A. *et al.*, Spin-Filtered Edge States and Quantum Hall Effect in Graphene Phys. Rev. Lett. **96**, 176803 (2006) [DOI:10.1103/PhysRevLett.96.176803](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.176803); Fertig H. A. *et al.*, Luttinger Liquid at the Edge of Undoped Graphene in a Strong Magnetic Field Phys. Rev. Lett. **97**, 116805 (2006) [DOI:10.1103/PhysRevLett.97.116805](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.97.116805); Goerbig M. O. *et al.*, Electron interactions in graphene in a strong magnetic field Phys. Rev. B **74**, 161407 (2006) [DOI:10.1103/PhysRevB.74.161407](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.74.161407); Alicea J. *et al.*, Graphene integer quantum Hall effect in the ferromagnetic and paramagnetic regimes Phys. Rev. B **74**, 075422 (2006) [DOI:10.1103/PhysRevB.74.075422](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.74.075422); Gusynin V. P. *et al.*, Excitonic gap, phase transition, and quantum Hall effect in graphene Phys. Rev. B **74**, 195429 (2006) [DOI:10.1103/PhysRevB.74.195429](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.74.195429)
49. ↑ Williams J. R. *et al.* Quantum Hall Effect in a Gate-Controlled p-n Junction of Graphene Science **317**, 638 (2007) [DOI:10.1126/science.1144657](https://doi.org/10.1126/science.1144657)

50. ↑ Özyilmaz B. *et al.* Electronic Transport and Quantum Hall Effect in Bipolar Graphene p-n-p Junctions Phys. Rev. Lett. **99**, 166804 (2007) DOI:[10.1103/PhysRevLett.99.166804](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.99.166804)
51. ↑ A. Castro Neto *et al.* Drawing conclusions from graphene Phys. World **19** (11), p 33 (2006) ISSN 0953-8585.
52. ↑ Sharapov S. G. *et al.* «Magnetic oscillations in planar systems with the Dirac-like spectrum of quasiparticle excitations» Phys. Rev. B **69**, 075104 (2004) DOI:[10.1103/PhysRevB.69.075104](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.69.075104).
53. ↑ R. Saito, G. Dresselhaus, M. S. Dresselhaus „Physical Properties of Carbon Nanotubes“. — World Scientific. — p. 272 с. — ISBN 1-86094-223-7
54. ↑ Dahal H. P. *et al.* «Absence of Wigner crystallization in graphene» Phys. Rev. B **74**, 233405 (2006) DOI:[10.1103/PhysRevB.74.233405](https://doi.org/10.1103/PhysRevB.74.233405)
55. ↑ Pisana S. *et al.* Breakdown of the adiabatic Born-Oppenheimer approximation in graphene Nature Materials **6**, 198 (2007) DOI:[10.1038/nmat1846](https://doi.org/10.1038/nmat1846)

## См. также

- [Плазменные волны в графене](#)
- [Фуллерены](#)
- [Нанотрубки](#)

## Ссылки

- [Mesoscopic physics group](#) (англ.) — сайт исследовательской группы из университета Манчестера.
- [Kim group](#) (англ.) — сайт лаборатории профессора Кима из Колумбийского университета.
- [Nanoelectronics Research Group](#) (англ.) — сайт исследовательской группы из университета Мэриленда.
- [Галерея фотографий графита и графена](#) (англ.)
- [Графен поставил точку на транзисторах](#) (рус.) 18 апреля 2008, <http://www.gazeta.ru/>
- [Графан — сын графена, дедушка электроники будущего](#) (рус.)
- [Обновлено: будущее flash-памяти](#) (рус.)

Источник

«<http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D1%80%D0%B0%D1%84%D0%B5%D0%BD>»

Категории: [Графен](#) | [Нанотехнология](#)